CORRIGE

<u>Exercice 1. Commercialisation de bobines de fil.</u>

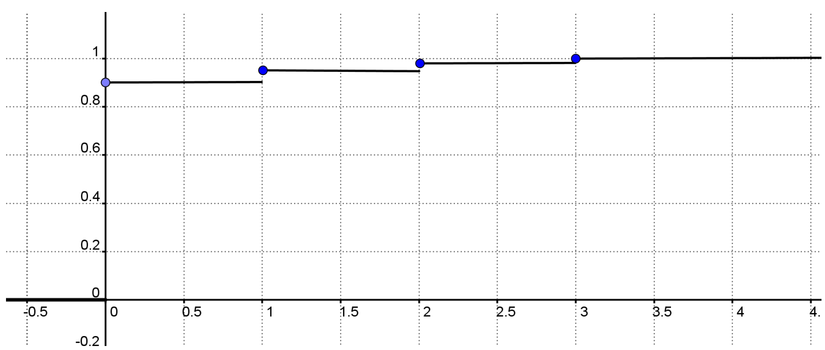
1. P(au plus un défaut) = P(0 défaut) + P(1 défaut) = $\frac{90}{100} + \frac{5}{100} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20} = 0,95$

2. X est la variable aléatoire qui, à chaque bobine de fil choisie au hasard, associe le nombre de ses défauts.
a. Loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{90}{100} = 0,9$	$\frac{5}{100} = 0,05$	$\frac{3}{100} = 0,03$	$\frac{2}{100} = 0,02$

b. $E(X) = 0 \times 0,9 + 1 \times 0,05 + 2 \times 0,03 + 3 \times 0,02 = 0,17$
$V(X) = 0^2 \times 0,9 + 1^2 \times 0,05 + 2^2 \times 0,03 + 3^2 \times 0,02 - 0,17^2 = 0,3211$ donc $\sigma(X) \approx 0,57$.

c. Fonction de répartition de la variable aléatoire X.



3. Le prix de vente d'une bobine de fil dépend du nombre de défauts qu'elle présente comme l'indique le tableau suivant :

Nombre de défauts	0	1	2	3
Prix (en euros)	5	3	2	1

a. Loi de probabilité de la valable aléatoire Y.

y_i	5	3	2	1
$P(Y = y_i)$	$\frac{90}{100} = 0,9$	$\frac{5}{100} = 0,05$	$\frac{3}{100} = 0,03$	$\frac{2}{100} = 0,02$

b. Espérance mathématique.

$E(Y) = 5 \times 0,9 + 3 \times 0,05 + 2 \times 0,03 + 1 \times 0,02 = 4,73$.
$E(Y)$ représente le prix moyen d'une bobine de fil, soit 4,73 euros.

Exercice 2.

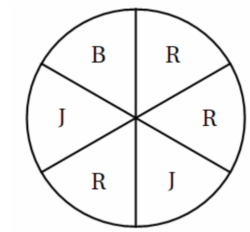
Partie A

Appelons p_1, p_2 et p_3 les probabilités respectives des numéros 1, 2 et 3.
La probabilité de sortie du numéro 2 est double de la probabilité de sortie du numéro 1 donc $p_2 = 2 \times p_1$.
La probabilité de sortie du numéro 3 est triple de celle du numéro 1 donc $p_3 = 3 \times p_1$.
La somme des probabilités est toujours égale à 1 donc $p_1 + p_2 + p_3 = 1$

d'où $p_1 + 2 \times p_1 + 3 \times p_1 = 1$

$6 \times p_1 = 1$

$p_1 = \frac{1}{6}$ et $p_2 = 2 \times p_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $p_3 = 3 \times p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.



Partie B

1. a. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire *X*.

x_i	- 10	10	20
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

b. Espérance mathématique.

$$E(X) = -10 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{3} + 20 \times \frac{1}{6} = \frac{-30 + 20 + 20}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \approx 1{,}7 \text{ euros.}$$

2. Soit m la mise de départ :

x_i	$- m$	$20 - m$	$30 - m$
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = -m \times \frac{1}{2} + (20 - m) \times \frac{1}{3} + (30 - m) \times \frac{1}{6}$$
$$= \frac{-3m + 2(20 - m) + (30 - m)}{6}$$
$$= \frac{70 - 6m}{6}$$
$$= \frac{35}{3} - m$$

On veut $E(X) < 0$ donc $\frac{35}{3} - m < 0$

$\frac{35}{3} < m$

$m > \frac{35}{3} \approx 11{,}7$

donc la mise doit être au minimal de 12 euros pour que l'espérance ne soit pas positive.