SESSION 2010

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES

Génie Mécanique

Option A : Production Mécanique
Option F : Microtechniques

Génie Energétique

Génie civil

MATHEMATIQUES

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

L'usage des calculatrices est autorisé pour cette épreuve.

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis assurez-vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

Le sujet comporte cinq pages dont une annexe à rendre avec la copie.

Exercice 1 (6 points)

Partie A

En 2008, les ateliers Ouest et Est d'une même entreprise produisent respectivement 1 100 et 900 pièces d'un unique modèle chaque jour.
On estime que 2% de la production de l'atelier Ouest est défectueuse ainsi que 3% de la production de l'atelier Est.

1. Compléter sur l'annexe à rendre avec la copie, le tableau suivant :

	Pièces défectueuses	Pièces non défectueuses	Total
Ouest	22		
Est			
Total			2000

2. On prélève, au hasard, une pièce dans la production totale. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être prélevées.
   a. On définit les événements suivants :
   E : « la pièce prélevée est produite dans l'atelier Est ».
   D : « la pièce prélevée est défectueuse ».
   On note p(E) la probabilité de l'événement E.
   Calculer p(E), p(D), p($E \cap D$) puis p($E \cup D$).
   b. On a prélevé au hasard une pièce dans la production de l'entreprise. Elle est défectueuse. Calculer la probabilité qu'elle provienne de l'atelier Ouest.

Partie B

En 2009, la production journalière est la suivante :

	Pièces défectueuses	Pièces non défectueuses	Total
Ouest	20	980	1 000
Est	24	776	800
Total	44	1 756	1 800

Chaque pièce coûte 7 € à produire et est testée.
La réparation d'une pièce défectueuse produite dans l'atelier Ouest coûte 3 € et celle d'une pièce défectueuse produite dans l'atelier Est 5 €.
Chaque pièce est ensuite vendue 10 €. Ainsi, par exemple, une pièce défectueuse produite par l'atelier Ouest rapporte : 10-7-3 soit 0 euro à l'entreprise.

On appelle B le gain journalier de l'entreprise.

1. Calculer le gain journalier B de l'entreprise.
2. Durant l'année, les ateliers fonctionnent 300 jours. Estimer le gain annuel, exprimé en euros, de l'entreprise.
3. Le chef d'entreprise envisage d'éliminer les pièces défectueuses avant réparation pour ne vendre que les pièces non défectueuses. Cette stratégie lui coûte 100 000 € par an compte tenu du recyclage. Cette stratégie est-elle rentable pour l'entreprise ?

Exercice 2 (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère $(O;\vec{u},\vec{v})$orthonormal direct d'unité graphique 2 cm.
On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1) On note P le polynôme défini pour tout nombre complexe z par $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z + 8$.
   a. Vérifier que $P(-1) = 0$.

   b. Déterminer deux nombres réels a et b tels que pour tout nombre complexe z,
   $$P(z) = (z+1)(z^2 + az + b).$$

   c. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

2) On note A, B et C les points du plan, d'affixes respectives $z_A = -1$, $z_B = 2 + 2i$ et $z_C = 2 - 2i$.

   a. Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.

   b. Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_A, z_B et z_C. En déduire une écriture exponentielle de ces trois nombres.

   c. Déterminer l'aire en cm² du triangle ABC.

Problème (10 points)

Partie A

On considère l'équation différentielle notée (E) :

$$y' + 0,1\,y = 3$$

où y désigne une fonction inconnue de la variable réelle t, dérivable sur l'intervalle $[0,+\infty[$.

1) Résoudre l'équation différentielle notée (F) :
$$z' + 0,1\,z = 0$$
où z désigne une fonction inconnue de la variable réelle t, dérivable sur l'intervalle $[0,+\infty[$.

2) On pose, pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0,+\infty[$, $y(t) = z(t) + 30$, où la fonction z est solution de l'équation différentielle (F).

   a. Démontrer que la fonction y est solution de l'équation différentielle (E).

   b. Parmi les fonctions précédentes, déterminer celle vérifiant $\mathrm{y}(0) = 20$.

Partie B

La température f en degrés Celsius (°C) du lubrifiant d'un moteur varie en fonction du temps t de fonctionnement exprimé en heures.

La fonction f est définie pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(t) = 30 - 10\mathrm{e}^{-0,1t}$.

1) Déterminer la température du lubrifiant:
   a. À l'arrêt.
   b. Au bout de vingt quatre heures.

2) On s'intéresse au comportement de la fonction f en $+\infty$.
   a. Déterminer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$.
   b. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
   c. Donner une signification concrète de ce résultat pour le lubrifiant.

3) On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Calculer $f'(t)$ pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
   En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

   b. Construire la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ dans le repère orthogonal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ de l'annexe qu'on rendra avec la copie.

   c. À quel instant la température du lubrifiant est-elle de 28°C ? Donner une valeur approchée à l'heure près puis à la minute près du résultat.

   d. Calculer la température moyenne du lubrifiant entre la cinquième et la dixième heure de fonctionnement.

On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction g dérivable sur $[a;b]$ est :

$$V_m = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$$

Annexe (à rendre avec le copie)

Exercice 1 :

	Pièces défectueuses	Pièces non défectueuses	Total
Ouest	22		
Est			
Total			2000

Problème :