

Exercice 4 :

Les 300 personnes travaillant dans un immeuble de bureaux de trois niveaux ont répondu aux deux questions suivantes :

- « À quel niveau est votre bureau ? »
- « Empruntez-vous l'ascenseur ou l'escalier pour vous y rendre ? »

Voici les réponses :

- 225 personnes utilisent l'ascenseur et, parmi celles-ci, 50 vont au 1^{er} niveau, 75 vont au 2^e niveau et 100 vont au 3^e niveau.
- Les autres personnes utilisent l'escalier et, parmi celles-ci, un tiers va au 2^e niveau, les autres vont au 1^{er} niveau.

On choisit au hasard une personne de cette population.

On pourra considérer les évènements suivants :

- N_1 : « La personne va au premier niveau. »
- N_2 : « La personne va au deuxième niveau. »
- N_3 : « La personne va au troisième niveau. »
- E : « La personne emprunte l'escalier. »

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2.
 - a. Montrer que la probabilité que la personne aille au 2^e niveau par l'escalier est égale à $\frac{1}{12}$.
 - b. Montrer que les évènements N_1 , N_2 et N_3 sont équiprobables.
 - c. Déterminer la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2^e niveau.
3. On interroge désormais 20 personnes de cette population. On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres.
On appelle X la variable aléatoire qui, aux 20 personnes interrogées, associe le nombre de personnes allant au 2^e niveau.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b. Déterminer, à 10^{-4} près, la probabilité que 5 personnes exactement aillent au 2^e niveau.
 - c. En moyenne sur les 20 personnes, combien vont au 2^e niveau ?
4. Soit n un entier inférieur ou égal à 300. On interroge désormais n personnes de cette population. On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres.
Déterminer le plus petit entier n strictement positif tel que la probabilité de l'évènement « au moins un personne va au 2^e niveau » soit supérieure ou égale à 0,99.