BAC STI
Juin 2010 Métropole
Génie Mécanique - Energétique

Exercice 1.

Partie A.

1. $\frac{2}{100} \times 1100 = 22$ et $\frac{3}{100} \times 900 = 27$.

	Pièces déf.	Pièces non déf.	Total
Ouest	22	1078	1100
Est	27	873	900
Total	49	1951	2000

2. a)

$P(E) = \frac{900}{2000} = \frac{9}{20}$, $P(D) = \frac{49}{2000}$ et $P(D \cap E) = \frac{27}{2000}$.

$P(D \cup E) = P(E) + P(D) - P(D \cap E) = \frac{900 + 49 - 27}{2000} = \frac{922}{2000} = \frac{461}{1000}$.

b) La probabilité que la pièce défectueuse vienne de l'atelier Ouest est $\frac{22}{49}$.

Partie B.

1. Gain journalier $1800 \times 10 - 20 \times 3 - 24 \times 5 - 1800 \times 7 = 5220$
2. Gain annuel $5220 \times 300 = 1\,566\,000$ €
3. Entreprise pas rentable : $1756 \times 10 - 1800 \times 7 = 4960$; $4960 \times 300 = 1\,488\,000$;
$1\,488\,000 - 100\,000 = 1\,388\,000$ € avec le recyclage => Pas rentable.

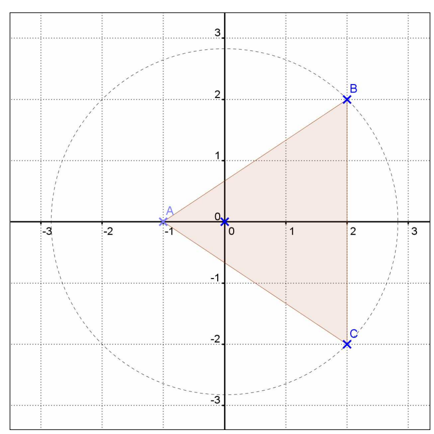
Exercice 2.

1. a) $P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + 4(-1) + 8 = -1 - 3 - 4 + 8 = 0$.

b) $(z + 1)(z^2 + az + b) = z^3 + az^2 + bz + z^2 + az + b$
$= z^3 + (a + 1)z^2 + (b + a)z + b$

En identifiant les coefficients, on obtient $\begin{cases} a + 1 = -3 \\ b + a = 4 \\ b = 8 \end{cases}$ d'où b = 8 et a = - 4.

c)
Je résous $z^2 - 4z + 8 = 0$.
$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 8 = -16$.
On obtient deux racines complexes conjuguées $\frac{4 - 4i}{2} = 2 - 2i$ et $2 + 2i$.
$\mathcal{S} = \{ -1 ; 2 + 2i ; 2 - 2i\}$



2. **a) b)**

$| z_A | = 1$ et $z_A = 1 \times (\cos(-\pi) + i \sin(-\pi)) = e^{-i\pi}$

$| z_B | = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ et $z_B = 2\sqrt{2} \times (\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2} \times e^{i\pi/4}$

$| z_C | = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ et $z_C = 2\sqrt{2} \times (\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4})) = 2\sqrt{2} \times e^{-i\pi/4}$

c)
ABC est constitué de deux triangles rectangles. Son aire est égale à celle d'un rectangle de $3 \times 2 = 6$ u.a.
Or 1 u.a. == $2 \times 2 = 4$ cm^2 donc $\mathcal{A}(ABC) = 6 \times 4 = 24$ cm^2.

<u>Problème.</u>

Partie A.

1. Les solutions de la forme $t \mapsto k\,e^{-0,1t}$ où $k \in \mathbb{R}$.

2. a) $y(t) = z(t) + 30$

$y'(t) + 0,1\,y(t) = z'(t) + 0,1\,(z(t) + 30) = z'(t) + 0,1\,z(t) + 3 = 3$ donc y est bien une solution de (E).

donc $y(t) = k\,e^{-0,1t} + 30$ où $k \in \mathbb{R}$.

b) $y(0) = 20$ donc $k\,e^{-0,1 \times 0} + 30 = 20$ donc $k = 20 - 30 = -10$.

donc $y(t) = 30 - 10\,e^{-0,1t}$.

Partie B.

1. a) $f(0) = 30 - 10\,e^{-0,1 \times 0} = 30 - 10 = 20$.

b) $f(24) = 30 - 10\,e^{-0,1 \times 24} = 30 - 10\,e^{-2,4} \approx 29,1$.

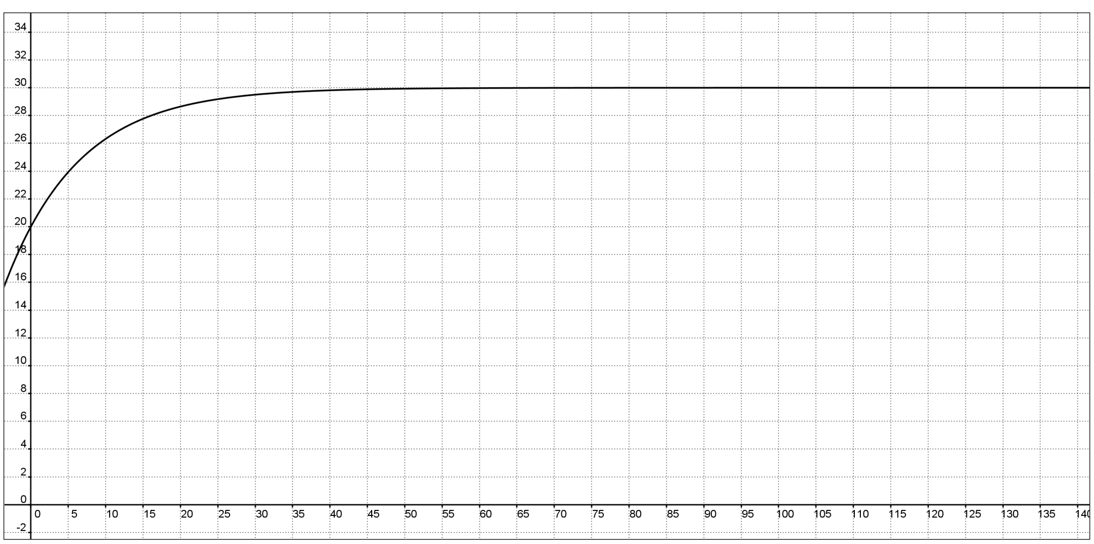
2. a) $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 30$ car $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-0,1t} = 0$.

b) $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 30$ donc la droite d'équation $y = 30$ est asymptote verticale à la courbe au voisinage de $+\infty$.

c) C'est la température du lubrifiant si le moteur tourne indéfiniment.

3. a) f est dérivable sur $[\,0\,;+\infty\,[$ et $f'(t) = -10\,e^{-0,1t} \times (-0,1) = e^{-0,1t} > 0$ donc la fonction f est croissante sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

b) Courbe.



c) $f(t) = 28 \Leftrightarrow 30 - 10\,e^{-0,1t} = 28 \Leftrightarrow -10\,e^{-0,1t} = -2 \Leftrightarrow e^{-0,1t} = 0,2 \Leftrightarrow t = -10 \times \ln(0.2) \approx 16$ h 6 mn.

d) $F(t) = 30t + 100\,e^{-0,1t}$

Température moyenne $= \dfrac{1}{10-5}\displaystyle\int_5^{10} f(t)\,dt = \dfrac{1}{5}(300 + 100\,e^{-1} - 150 - 100\,e^{-0,5}) = 30 - 20\,(e^{-0,5} - e^{-1}) \approx 25.2°$.